

1  
2

المعامل : 7

تمرين المسائل : 4 نقط / الأعداد العقدية : 5 نقط / التكامل ودراسة الدوال : 11 نقطة

### التمرين الأول

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  بحيث :  $u_0 = 2$  و :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}}$

(1) احسب  $u_1$ .

(2) نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_n = u_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$ .

(أ-2) تحقق أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{4}{5}$ .

(ب-2) استنتج  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(ج-2) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

(3) نضع  $w_n = \ln\left(\frac{1}{v_n}\right)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ . بين أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = -\infty$ .

### التمرين الثاني

نعتبر في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $(E) : z^2 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}}z + 4 = 0$

وليكن  $a$  و  $b$  حلها بحيث :  $\text{Im}(a) < 0$ .

(أ-1) تحقق أن :  $\Delta = (2i\sqrt{2-\sqrt{2}})^2$ .

(ب-1) حدد الكتابة الجبرية للعددين  $a$  و  $b$ .

(2) ليكن العدد العقدي  $c$  بحيث :  $4c = a^2$ .

(أ-2) بين أن :  $c = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$  ثم حدد الكتابة المثلثية للعدد  $c$ .

(ب-2) استنتج الكتابة المثلثية للعددين  $a$  و  $b$ .

(3) بين أن :  $\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^8 + 1 = 0$ .

(4) المستوى منسوب إلى معلم متعامد منظم  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . نعتبر النقطتين  $A$  و  $B$  لهما  $a$  و  $b$  على التوالي.

حدد زاوية الدوران  $R$  الذي مركزه  $O$  ويحول  $A$  إلى  $B$ .

### التمرين الثالث

(I) نضع لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $g(x) = (x^2-1)e^x - x^2e + e$  (هنا  $e$  هو العدد النيبيري)

(1) تحقق أن :  $g(x) = (x^2-1)(e^x - e)$  ثم حل في  $\mathbb{R}$

المعادلة :  $g(x) = 0$ .

(2) بين أن :

$$(\forall x \in ]-\infty; -1]), g(x) \leq 0$$

$$(\forall x \in ]-1; +\infty[); g(x) \geq 0$$



2/2

II نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :

$$f(x) = (x-1)^2 e^x + \left(1 - \frac{x^2}{3}\right) x e$$

حيث  $e$  هو العدد النبري و  $e = 2,7$  وليكن  $(\mathcal{C})$  منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(\vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة 2cm)

(1) بين أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

(2) أ - بين أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f(x) = x^3 \left[ \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2} \cdot \frac{e^x}{x} + \frac{3 - x^2}{3x^2} \cdot e \right]$

(2) ب - استنتج حساب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  ثم اعد تأويلا هندسيا للنتيجة .

(4) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  ثم اعد تأويلا هندسيا للنتيجة .

(5) بين أن  $f'(x) = g(x)$  ;  $(\forall x \in \mathbb{R})$  ; ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(6) ليكن  $(T)$  المماس لـ  $(\mathcal{C})$  في النقطة ذات الإحداثيات  $x_0 = 0$  .

تحقق أن معادلة ديكارتية لـ  $(T)$  هي :  $y = (e-1)x + 1$  ;  $(T)$  :  $y = (e-1)x + 1$  ;

(7) أنشئ في نفس المعلم كلاً من  $(T)$  و  $(\mathcal{C})$  . نقتل أن  $(\mathcal{C})$  يقطع

محور الأفاضيل في نقطتين أفصولهما :  $d = -0,6$  و  $\beta = -1,3$

ونأخذ  $f(-1) = -0,3$

III نعتبر الدالة  $F$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالتعبير :

$$F(x) = (x^3 - 4x + 5) e^x + \left(\frac{x^3}{2} - \frac{x^4}{12}\right) e$$

وليكن  $D$  الحيز المحصور بين  $(\mathcal{C})$  ومحور الأفاضيل والمستقيمان :

$(d_1) : x = 0$  و  $(d_2) : x = 1$

(1) بين أن  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  .

(2) استنتج أن مساحة الحيز  $D$  هي :  $A(D) = \left(\frac{29}{3} e - 20\right) \text{cm}^2$

★ ★ ★